

Пример выполнения домашнего задания №1 по теории вероятностей.

Задача 1

$$R = 16, N = 14, n = 9, M = 7, m = 2, K = 11, k = 7$$

а) $A = \{\text{инвестор сформулировал пакет из 9 акций нефтяной компании, 2 акций банков и 7 акций телекоммуникационной компании}\}$

$$N(\Omega) = C_{14+7+11}^{16} = C_{32}^{16} = \frac{32!}{16!(32-16)!} = \frac{32!}{16!16!} = 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 2$$

$$N(A) = C_{14}^9 \cdot C_7^2 \cdot C_{11}^7 = \frac{14!}{9!5!} \cdot \frac{7!}{2!5!} \cdot \frac{11!}{7!4!} = 7 \cdot 13 \cdot 11 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 11$$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{7 \cdot 13 \cdot 11 \cdot 7 \cdot 11}{17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 9 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 2} = \frac{77077}{120216078} \approx 0,0006$$

б) $B = \{\text{в пакете, сформированном инвестором, имеется хотя бы одна акция нефтяной компании}\}$

$\bar{B} = \{\text{в пакете, сформированном инвестором, нет ни одной акции нефтяной компании}\}$

$$P(\bar{B}) = \frac{N(\bar{B})}{N(\Omega)}$$

$$N(\Omega) = C_{14+7+11}^{16} = C_{32}^{16} = 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 2$$

$$N(\bar{B}) = C_{7+11}^{16} = C_{18}^{16} = \frac{18!}{16!2!} = 7 \cdot 9$$

$$P(\bar{B}) = \frac{1}{19 \cdot 23 \cdot 5 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 2} = \frac{1}{3928630}$$

$$P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - \frac{1}{3928630} = \frac{3928630}{3928630} - \frac{1}{3928630} = \frac{3928629}{3928630} \approx 0,1$$

Ответ: а) $\approx 0,0006$; б) $\approx 0,1$

Задача 2

$$p_1 = 0,7, \quad p_2 = 0,5, \quad p_3 = 0,1$$

а) $A = \{\text{все 3 брокера проведут торги с прибылью}\}$

$A_1 = \{\text{брокер с номером } i \text{ проведет торги с прибылью}\}$, тогда $A = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3$ и $p(A_i) = p_i, i = 1, 2, 3$

Теорема умножения вероятностей

$$p(A) = p(A_1) \cdot p(A_2) \cdot p(A_3) = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 = 0,7 \cdot 0,5 \cdot 0,1 = 0,035$$

б) $B = \{\text{хотя бы один из 3-х брокеров проведет торги с прибылью}\}$

$\bar{B} = \{\text{ни один из 3-х брокеров не проведет торги с прибылью} \bar{B} = \bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3;$

$\bar{A}_i = \{\text{брокер с номером } i \text{ не проведет торги с прибылью}\} p(\bar{A}) = 1 - p(A_i) = 1 - p_i$

$$P(\bar{B}) = (1 - p_1)(1 - p_2)(1 - p_3) = (1 - 0,7)(1 - 0,5)(1 - 0,1) = 0,3 \cdot 0,5 \cdot 0,9 = 0,135$$

$$P(B) = 1 - 0,135 = 0,865$$

в) $C = \{\text{один брокер проведет торги с прибылью, а два других – без прибыли}\}$

$$C = A_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3 + \bar{A}_1 \cdot A_2 \cdot \bar{A}_3 + \bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot A_3$$

Теорема сложения вероятностей для несовместимых событий

$$p(C) = p(A_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3) + p(\bar{A}_1 \cdot A_2 \cdot \bar{A}_3) + p(\bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot A_3) = p(A_1)p(\bar{A}_2)p(\bar{A}_3) + p(\bar{A}_1)p(A_2)p(\bar{A}_3) + p(\bar{A}_1)p(\bar{A}_2)p(A_3)$$

$$\bar{A}_1 = 1 - p_1 = 0,3$$

$$\bar{A}_2 = 0,5$$

$$\bar{A}_3 = 0,9$$

$$p(C) = 0,7 \cdot 0,5 \cdot 0,9 + 0,3 \cdot 0,5 \cdot 0,9 + 0,3 \cdot 0,5 \cdot 0,1 = 0,465$$

Задача 3

$$m_1 = 6$$

$$n_1 = 8$$

$$r_1 = 2$$

$$m_2 = 2$$

$$n_2 = 5$$

$$r_2 = 2$$

$$p = 0,55$$

а) $B = \{\text{монеты разные}\}, A_i = \{\text{наудачу выбрана } i \text{ коробка}\}$

Вероятность $p(A_1) = \frac{1}{3}$, так как было 3 коробки

$$P_{A_1}(B) = \frac{m_1 \cdot m_2}{C_{m_1+m_2}^2} = \frac{6 \cdot 2}{C_8^2} = \frac{12}{C_8^2} = \frac{12}{\frac{8!}{2!6!}} = \frac{12}{28} = \frac{6}{14} \approx$$

$$P_{A_2}(B) = \frac{n_1 \cdot n_2}{C_{n_1+n_2}^2} = \frac{8 \cdot 5}{C_{13}^2} = \frac{40}{78} \approx 0,513$$

$$P_{A_3}(B) = \frac{r_1 \cdot r_2}{C_{r_1+r_2}^2} = \frac{2 \cdot 2}{C_4^2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \approx 0,7$$

Искомая вероятность по формуле полной вероятности равна

$$P(B) = (P(A_1) \cdot P_{A_1}(B) + P(A_2) \cdot P_{A_2}(B) + P(A_3) \cdot P_{A_3}(B)) = \frac{1}{7} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \\ = \frac{1 \cdot 117}{7} + \frac{20 \cdot 7}{117} + \frac{2 \cdot 91}{9} = \frac{117 + 140 + 182}{819} = \frac{439}{819} \approx 0,54$$

Формула Байеса

$$\text{б) } P_B(A_1) \approx \frac{\frac{1}{7}}{0,54} = \frac{1}{7} = \frac{439}{819} = \frac{1}{439} \approx 0,27$$

$$P_B(A_2) \approx \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{20}{39}}{0,54} = \frac{140}{439} \approx 0,319$$

$$P_B(A_3) \approx \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}}{0,54} = \frac{182}{439} \approx 0,41$$

Ответ: а) $\approx 0,54$; б) $\approx 0,41$

Задача 4

$$1. \quad p = 0,55 \quad n_1 = 2$$

$$N = 5 \quad n_2 = 5$$

$$n = 3$$

а) $A = \{3 \text{ экзамена}\}$, по формуле Бернулли

$$P(A) = P_N(n) = C_5^3 \cdot (0,55)^3 \cdot (0,45)^2 \approx 10 \cdot 0,17 \cdot 0,2 \approx 0,34$$

$$C_5^3 = \frac{5!}{3! 2!} = 10$$

б) $B = \{\text{от 2 до 5 экзамена}\}$

Событие B представляет собой сумму несовместимых событий B_k , $k = n_1, \dots, n_k \Rightarrow$

$$P(B) = \sum_{i=n_1}^{n_k} P(B_i) = P_N(n_1) + \dots + P_N(n_k) = C_N^{n_1} p^{n_1} q^{N-n_1} + C_N^{n_2} p^{n_2} q^{N-n_2} \approx$$

$$\approx C_5^2 \cdot (0,55)^2 \cdot (0,45)^3 \approx 10 \cdot 0,3 \cdot 0,09 \approx 0,27$$

$$C_5^2 \cdot (0,55)^5 \cdot (0,45)^0 \approx 0,5$$

$$\approx 0,27 + \dots + \approx 0,5$$

в) $C = \{\text{хотя бы один экзамен}\}$

$\bar{C} = \{\text{ни одного экзамена студент на отлично не сдал}\}$

$$P(\bar{C}) = C_N^0 \cdot p^0 \cdot q^N = q^N = (0,45)^5 \approx 0,02$$

$$P(C) \approx 1 - 0,02 \approx 0,98$$

г) n_0 – наиболее вероятное число

$$Np - q < n_0 \leq Np + p$$

$$5 \cdot 0,55 - 0,45 < n_0 \leq 5 \cdot 0,55 + 0,55$$

$2,3 < n_0 \leq 3,3$ $n_0 = 3$, по формуле Бернулли

$$P_n(n_0) = C_5^3 \cdot (0,55)^3 \cdot (0,45)^2 \approx 10 \cdot 0,17 \cdot 0,2 \approx 0,34$$

$$P = 0,003; N = 200; n = 1$$

2. $A = \{1 \text{ деталь}\}$

По формуле Пуассона $p(A) = P_N(n) \approx \frac{a^n}{n!} \cdot e^{-a}$, $a = Np$

$$p(A) \approx \frac{(0,6)^1}{1!} \cdot e^{-0,6} \approx 0,6 \cdot e^{-0,6} \approx 0,33$$

б) $B = \{\text{хотя бы две}\}$

$\bar{B} = \{\text{число бракованных изделий менее двух}\}$, тогда \bar{B} – это сумма двух несовместимых событий, а его вероятность – это сумма вероятностей, каждую из которых можно определить по формуле Пуассона.

$$P(\bar{B}) = P_N(0) + P_N(1) \approx 0,55 + 0,33 \approx 0,88$$

$$P_N(0) = \frac{(0,6)^0}{0!} \cdot e^{-0,6} \approx e^{-0,6} \approx 0,55$$

$$P_N(1) = \frac{(0,6)^1}{1!} \cdot e^{-0,6} \approx 0,6 \cdot e^{-0,6} \approx 0,33$$

$$P(B) = 1 - P(\bar{B}) \approx 1 - 0,88 \approx 0,22$$

3. $p = 0,03$

$A_i = \{i\text{-ый билет выигрышный}\}$, $P(A_i) = p = 0,03$

$\bar{A}_i = \{i\text{-ый билет невыигрышный}\}$, $P(\bar{A}_i) = 1 - p = 0,9$

N – число лотерейных билетов

$A = \{\text{хотя бы один билет выигрышный}\}$

$\bar{A} = \{\text{ни один билет не выигрышный}\}$

$$p(\bar{A}) = p(\bar{A}_1) \cdot p(\bar{A}_2) \cdot \dots \cdot p(\bar{A}_N) = (1 - p)^N = (0,97)^N$$

$$P(A) = 1 - p(\bar{A}) = 1 - (0,97)^N \geq 0,9 \quad 1 - p \geq 0,9$$

$$1 - 0,97^N \geq 0,9;$$

$$-0,97^N \geq 0,9 - 1;$$

$$-0,97^N \geq -0,1$$

$$0,97^N \leq 0,1$$

$$N \geq \log_{0,97} 0,1 = \frac{\ln 0,1}{\ln 0,97} \approx \frac{-2,3}{-0,03} \approx 77$$

Ответ: 77 билетов.

Пример выполнения домашнего задания №2

Задача 5

x	-1	0	1	2	4
p _i	0,1	0,24	0,42	0,1	0,14

- 1) $p_3 = 1 - (0,1 + 0,24 + 0,1 + 0,14) = 1 - 0,58 = 0,42$
- 2) $M(x) = -1 \cdot 0,1 + 0 \cdot 0,24 + 1 \cdot 0,42 + 2 \cdot 0,1 + 4 \cdot 0,14 = -0,1 + 0,42 + 0,2 + 0,56 = 1,08$
- 3) $D(x) = (1 \cdot 0,1 + 1 \cdot 0,42 + 4 \cdot 0,1 + 16 \cdot 0,14) - (1,08)^2 = (0,1 + 0,42 + 0,4 + 2,24) - 1,1664 = 3,16 - 1,1664 = 1,9936$
- 4) $\sigma_x = \sqrt{D(x)} = \sqrt{1,9936} \approx 1,41$
- 5) $M_0 = 4$ – мода случайной величины X
- 6) $M_e = X_{\frac{(N+1)}{2}} = X_3 = 1$ – медиана случайной величины X
- 7) $Y = 3X + 7$, $M(Y) - ?$ $D(Y) - ?$
 - 1) $M(Y) = 3M(X) + 7 = 3 \cdot 1,08 + 7 = 3,24 + 7 = 10,24$
 - 2) $D(Y) = D(3x + 7) = 9D(X) = 9 \cdot 1,9936 \approx 17,94$

Ответ: $p_3 = 0,42$; $p(X < 1) = 0,1 + 0,24 = 0,34$
 $M(X) = 1,08$; $p(X \geq 2) = 0,1 + 0,14 = 0,24$
 $D(X) = 1,9936$;
 $\sigma_x \approx 1,41$;
 $M_0 = 4$
 $M_e = 1$;
 $M(Y) = 10,24$
 $D(Y) \approx 17,94$

Задача 6. Вариант А

$Q_1 = -3$; $Q_2 = 0$; $Z_1 = 1$; $Z_2 = 3$; $Z_3 = 1$; $R = 0,3$; $C - ?$

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } -\infty < x \leq -3 \\ C, & \text{при } -3 < x \leq 0 \\ 0, & \text{при } 0 < x \leq 1 \\ A \cdot |x - 1|, & \text{при } 1 < x \leq 3 \\ 0, & \text{при } 3 < x < +\infty \end{cases}$$

1) Вероятность попадания случайной величины X в $[1,3]$ равна

$$R = P(1 \leq X \leq 3) = \int_1^3 f(x)dx = 0,3$$

Так как $x \in [1,3]$, то $x - 1 > 0$;

$$A |x - 1| = A(x - 1)$$

$$\int_1^3 f(x)dx = \int_1^3 A(x - 1)dx = A$$

$$\left(\frac{x^2}{2} \Big|_1^3 - x \Big|_1^3 \right) = A \left(\left(\frac{1}{2} \cdot 9 - \frac{1}{2} \right) - (3 - 1) \right) = A(4 - 2) = A_2$$

$$2A = 0,3;$$

$$A = \frac{0,3}{2};$$

$$A = 0,15$$

2) $C - ?$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \int_{-\infty}^{-3} 0 \cdot dx + \int_{-3}^0 C dx + \int_0^1 0 \cdot dx + \int_1^3 0,15(x - 1)dx +$$

$$+ \int_3^{+\infty} 0 dx = Cx \Big|_{-3}^0 + 0,15 \left(\frac{x^2}{2} \Big|_1^3 - x \Big|_1^3 \right) =$$

$$= C(0 + 3) + 0,25 \left(\left(\frac{9}{2} - \frac{1}{2} \right) - (3^2 - 1) \right) =$$

$$3C + 0,15(4 - 2) = 3C + 0,15 \cdot 2 = 3C + 0,3$$

$$3C + 0,3 = 1;$$

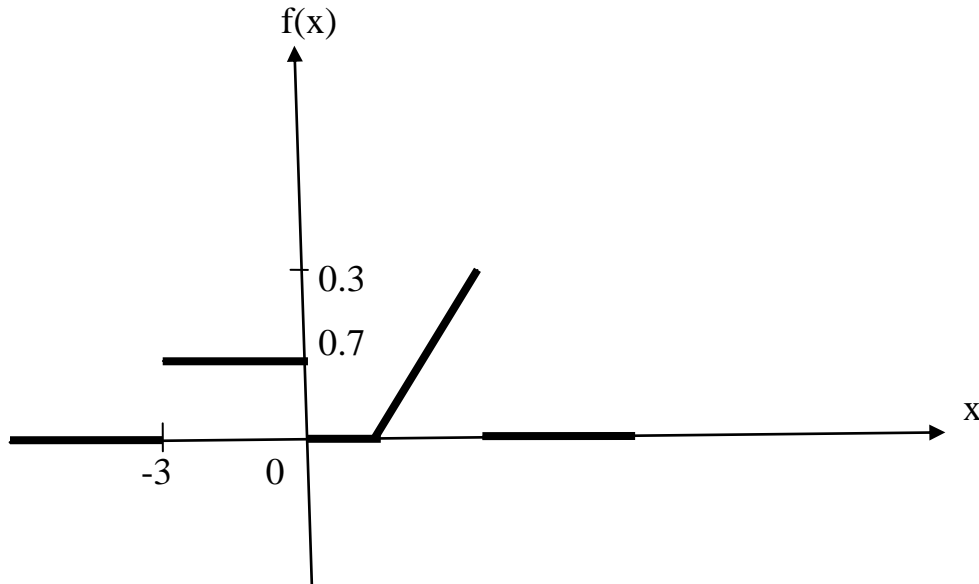
$$3C = 1 - 0,3;$$

$$3C = 0,7;$$

$$C = \frac{0,7}{3} = \frac{7}{10} \cdot \frac{1}{3} = \frac{7}{30}$$

$$2) F(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt$$

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } -\infty < x \leq -3 \\ 7/30, & \text{при } -3 < x \leq 0 \\ 0, & \text{при } 0 < x \leq 1 \\ 0,15(x-1), & \text{при } 1 < x \leq 3 \\ 0, & \text{при } 3 < x < +\infty \end{cases}$$



$$x \in (-\infty; -3);$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x 0 dt = 0;$$

$$x \in (-3; 0);$$

$$\begin{aligned} F(x) &= \int_{-\infty}^{-3} 0 dt + \int_{-3}^x \frac{7}{30} dt + \int_0^x 0 dt = \int_{-3}^0 \frac{7}{30} dt = \frac{7}{30} \int_{-3}^0 dt = \\ &= \frac{7}{30} t \Big|_{-3}^0 = 0 - \frac{7}{10} = 0,7 \end{aligned}$$

$$x \in (1; -3);$$

$$\begin{aligned} F(x) &= \int_{-\infty}^{-3} 0 dt + \int_{-3}^0 \frac{7}{30} dt + \int_0^1 0 dt = \int_{-3}^0 \frac{7}{30} dt + \\ &+ \int_1^x 0,15(t-1) dt = 0,7 + 0,15 \left(\frac{t^2}{2} \Big|_1^x - t \Big|_1^x \right) = \\ &= 0,7 + 0,15 \left(\left(\frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} \right) - (x-1) \right) = 0,7 + 0,15 \left(\frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} - x + 1 \right) = \end{aligned}$$

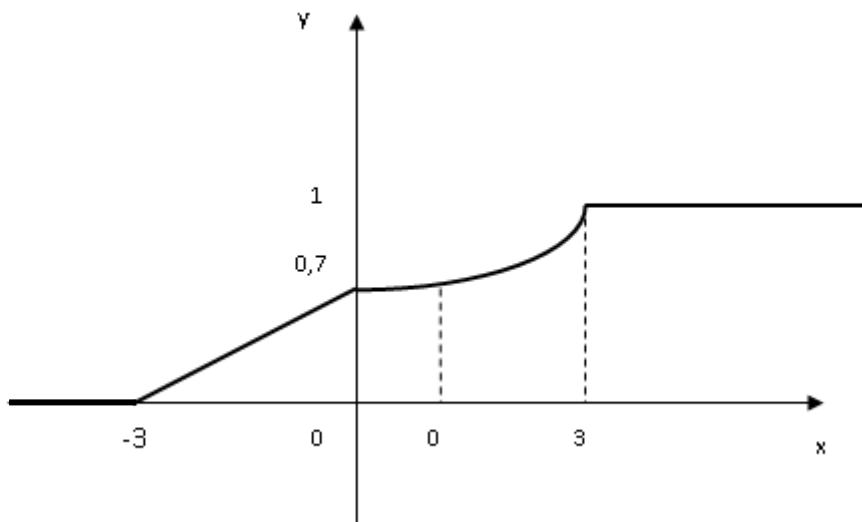
$$= 0,7 + 0,15 \left(\frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} - x \right) = 0,7 + 0,15 \frac{x^2}{2} + 0,15 \frac{1}{2} - 0,15x = 0,7 + 0,075x^2 + 0,075 - 0,15x = 0,075x^2 - 0,15x + 0,775;$$

5) $X \in (3; +\infty)$;

$$F(x) = \int_{-\infty}^{-3} 0 dt + \int_{-3}^0 \frac{7}{30} dt + \int_0^1 0 dt + \int_1^3 0,15(t-1) dt + \int_3^x 0 dt =$$

$$= 0,7 + 0,15 \left(\frac{t^2}{2} \Big|_1^3 - t \Big|_1^3 \right) = 0,7 + 0,3 = 1$$

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } -\infty < x \leq -3 \\ \frac{7}{30}x + 0,7, & \text{при } -3 < x \leq 0 \\ 0,7, & \text{при } 0 < x \leq 1 \\ 0,075x^2 - 0,15x + 0,775, & \text{при } 1 < x \leq 3 \\ 1, & \text{при } 3 < x < +\infty \end{cases}$$



3) $M(X) =$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x) dx = \int_{-\infty}^{-3} x \cdot 0 dx + \int_{-3}^0 \frac{7}{30} x dx + \int_0^1 0 x dx + \int_1^3 0,15(x-1)x dx$$

$$+ \int_3^{+\infty} 0 x dx = \int_{-3}^0 \frac{7}{30} x dx + \int_1^3 0,15(x-1)x dx = \frac{7x^2}{30 \cdot 2} \Big|_{-3}^0 + 0,15 \left(\frac{x^3}{3} \Big|_1^3 - \frac{x^2}{2} \Big|_1^3 \right)$$

$$= -\frac{63}{60} + 0,15 \left(\left(-\frac{27}{3} - \frac{1}{3} \right) - \left(\frac{9}{2} - \frac{1}{2} \right) \right) =$$

$$-\frac{63}{60} + 0,15 \left(\frac{26}{3} - 4 \right) = -1,05 + 0,15 \left(\frac{26 - 12}{3} \right) = -1,05 + 0,15 \cdot \frac{14}{3}$$

$$= -1,05 + 0,7 = -0,35$$

2)

$$D(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - M(x))^2 f(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx - M(x)^2 =$$

$$= \int_{-3}^0 \frac{7}{30} x^2 dx + \int_1^3 0,15 (x - 1)x^2 dx - (-0,35)^2 =$$

$$= \frac{7x^3}{90} \Big|_{-3}^0 + 0,15 \left(\frac{x^4}{4} \Big|_1^3 - \frac{x^3}{3} \Big|_1^3 \right) - 0,1225$$

$$= \frac{21}{10} + 0,15 \left(\left(\frac{81}{4} - \frac{1}{4} \right) - \left(\frac{27}{3} - \frac{1}{3} \right) \right) - 0,1225 =$$

$$-\frac{21}{10} + 0,15 \left(\frac{80}{4} - \frac{26}{3} \right) = 2,1 + 0,15 \left(\frac{240 - 104}{12} \right) = 2,1 + 0,15 \cdot \frac{136}{12} = 2,1 + 1,7$$

$$= 3,8 - 0,1225 \approx 3,68$$

4) $\sigma_x = \sqrt{D(X)} = \sqrt{3,68} \approx 1,92$

5) $D(|x - M(X)| < \sigma_x)$

$(a < x < b) = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a), a = MX - \sigma_x$ и

$b = MX + \sigma_x$

$P(-1,92 - 0,35 < x < 1,92 - 0,35) = P(-2,27 < x < 1,57)$

$P(-2,27 < x < 1,57) = \frac{7}{30}(-2,27) + 0,7 - (0,075(1,57)^2 - 0,15 \cdot 1,57 + 0,775) \approx$

$\approx 1,23 - (0,18 - 0,24 + 0,775) = 1,23 - 0,715 \approx 0,515$

Ответ: 1) $A = 0,15;$ $C = \frac{7}{30}$

2) $F(x)$ и график

3) $M(X) = -0,35$

$D(X) \approx 3,68$

$$\sigma_x \approx 1,92$$

$$P(|x - M(x)| < \sigma_x) \approx 0,515$$

Задача 6. Вариант Б

Определение числовых характеристик непрерывной случайной величины. Случайная величина X распределена с постоянной плотностью C в промежутке $[Q_1; Q_2]$; попадает с вероятностью R в промежуток $[Z_1; Z_2]$ и имеет там плотность распределения вида $f(x) = A |x - Z_3 - 1|$. Для остальных значений X $f(x) = 0$. Требуется: 1) найти недостающие значения параметров; 2) указать плотность распределения и построить их графики; 3) вычислить математическое ожидание m_x , дисперсию, среднеквадратическое отклонение случайной величины X . Найти: вероятность $P(|x - MX| < \sigma_x)$

$$Q_1 = -4, Q_2 = -2, Z_1 = 0, Z_2 = 2, z_3 = -1, A = 0,145$$

1) R, C - ?

$$\int_{-4}^{-2} C dx + 0,145 \int_0^2 (x + 1) dx = 1$$

$$0,145 \int_0^2 (x + 1) dx = 0,145 \left(\frac{x^2}{2} + x \right) \Big|_0^2 = 0,145 \cdot 4 = 0,58$$

$$\int_{-4}^{-2} C dx = 1 - 0,58 = 0,42$$

$$R = 0,42$$

$$Cx \Big|_{-4}^{-2} = 2C = 0,42$$

$$C = 0,21$$

$$A = 0,145; C = 0,21; R = 0,42$$

2)

$$f(x) = \begin{cases} 0,21 & x \in [-4; -2] \\ 0,145 & x \in [0; 2] \\ 0 & \text{в остальных случаях} \end{cases}$$

$$F_1(x) = \int_{-\infty}^x 0 dx = 0$$

$$X \leq -4$$

$$F_2(x) = \int_{-\infty}^x 0,21 dx = 0,21x \Big|_{-4}^x = 0,21x + 0,84$$

$$-4 < x \leq -2$$

$$P_2(-2) = 0,42 + 0,84 = 0,42$$

$$P_3(x) = 0,42$$

$$-2 < x \leq 0$$

$$F_4(x) = 0,42 + \int_0^x 0,145(x+1) dx = 0,42 + 0,145 \left(\frac{x^2}{2} + x \right) \Big|_0^x =$$

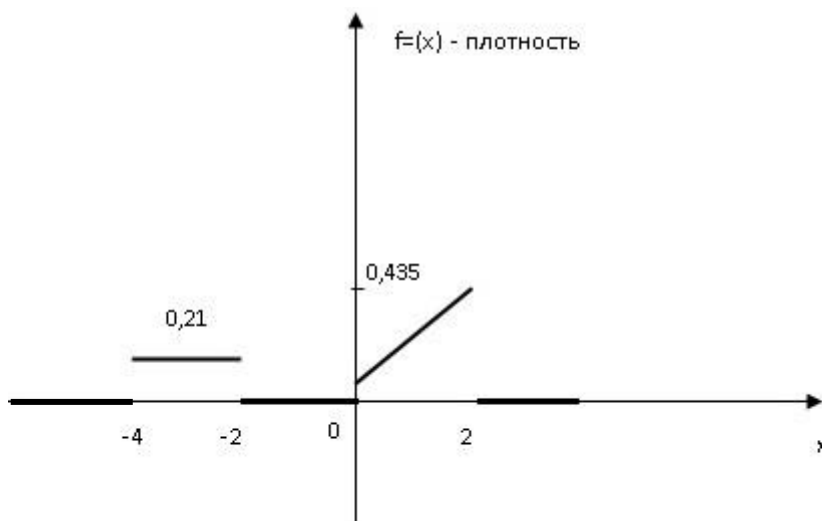
$$= 0,145 \frac{x^2}{2} + 0,145x + 0,42$$

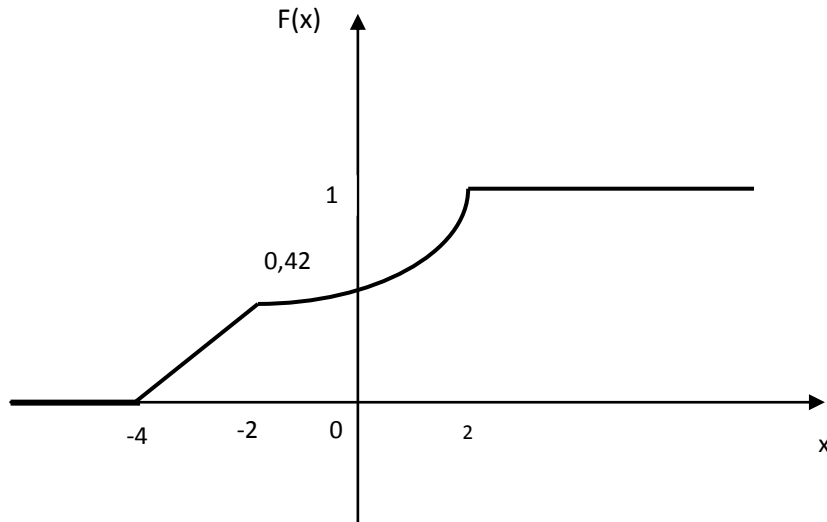
$$F_4(2) = 0,145 \cdot 4 + 0,42 = 1$$

$$F_5(x) = 1$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -4 \\ 0,21x + 0,84 & -4 < x \leq -2 \\ 0,42 & -2 < x \leq 0 \\ 0,45 \left(\frac{x^2}{2} + x \right) + 0,42 & 0 < x \leq 2 \\ 1 & x > 2 \end{cases}$$

графики:





3)

$$m_x = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx = \int_{-\infty}^{-4} x \cdot 0,21 dx + \int_{-4}^{-2} x \cdot 0,21 dx + \int_0^2 0,145x(x+1)dx =$$

$$= 0,21 \frac{x^2}{2} \Big|_{-\infty}^{-4} + 0,145 \cdot \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{-4}^{-2} = 0,21(2 - 8) + 0,145 \left(\frac{8}{3} + \frac{4}{2} \right) =$$

$$= 1,26 + 0,145 \cdot \frac{14}{3} = -0,58$$

$$M(X^2) = \int_{-\infty}^{-4} x^2 0,21(x) dx + \int_0^2 x^2 \cdot 0,145(x+1) dx =$$

$$= 0,21 \frac{x^3}{3} \Big|_{-\infty}^{-4} + 0,145 \cdot \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^2 = 0,21 \left(\frac{8}{3} + \frac{64}{2} \right) + 0,145 \left(\frac{16}{4} + \frac{8}{3} \right) =$$

$$= 0,21 \cdot 24 + 0,145 \cdot \frac{20}{3} = 6,01$$

$$D(X) = 6,01 - (-0,58)^2 = 6,01 - 0,34 \approx 5,67$$

$$\sigma_x(x) = \sqrt{5,37} \approx 2,38$$

$$P([x - m_x] < \sigma_x) = F(m_x + \sigma_x) - F(m_x - \sigma_x) = F(1,8) - F(-2,96) =$$

$$= 0,145 \left(\frac{1,8^2}{2} + 1,8 \right) + 0,42 - 0,21(-2,96) - 0,84 = 0,6975 \approx 0,7$$

$$m_x = -0,58 \quad D(X) = 5,67 \quad \sigma_x = 2,38 \quad P = 0,6975$$

Задача 7

$$M(x) = 1,3; \quad \sigma = 0,3; \quad \varepsilon = 0,6; \quad p_1 = 0,87; \quad \beta = 3,4; \quad \alpha = 2$$

1) $P(x < \varepsilon) = \Phi\left(\frac{\varepsilon - M(x)}{\sigma_x}\right) - \Phi(-\infty)$ - вероятность того, что случайная величина не превосходит значение ε

$$P(|x - 0| \leq \varepsilon) = 2\Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma_x}\right) = 2\Phi\left(\frac{0,6}{0,3}\right) = 2\Phi(2) = 2 \cdot 0,477 = 0,954$$

$$2) \quad P(\alpha < x < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - M(x)}{\sigma_x}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - M(x)}{\sigma_x}\right)$$

$$P(\alpha < x < 3,4) = \Phi\left(\frac{3,4 - 1,3}{0,3}\right) - \Phi\left(\frac{2 - 1,3}{0,3}\right) = \Phi(7) - \Phi(2,33) \approx \\ \approx 0,5 - 0,4 \approx 0,01$$

$$3) \quad P(|x - M| \leq \sigma) = 2\Phi(1) = 0,3423 \cdot 2 \approx 0,68$$

$$4) \quad P(|x - M| < \Delta) = p_1$$

$$P(|x - M| < \Delta) = 2\Phi\left(\frac{\Delta}{\sigma_x}\right) = p_1 = 0,87$$

$$\Phi\left(\frac{\Delta}{\sigma_x}\right) = 0,435;$$

$$\frac{\Delta}{\sigma_x} = 1,51$$

$$\Delta = 1,51 \cdot \sigma_x = 1,51 \cdot 0,3 \approx 0,453$$

$$(M(x) - \Delta; M(x) + \Delta)$$

$$(1,3 - 0,453; 1,3 + 0,453)$$

$$(0,847; 1,753)$$

Ответ: 1) $P(|x - a| \leq \varepsilon) = 0,954$

2) $P(\alpha < x < \beta) \approx 0,01$

3) $P(|x - M| < \sigma) \approx 0,68$

4) Симметричный относительно математического ожидания интервал, в который с вероятностью 0,87 попадает измеряемое значение, это интервал (0,847; 1,753).