***Задание 1:*** **Найти неопределенные интегралы. Результат проверить дифференцированием.**

1. а) $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt[5]{\sin^2 x}}$; б) $\int \frac{(2x-7)dx}{x^2+4x-5}$; в) $\int x\ln(x^2+1)dx$.

2. а) $\int \frac{\sin 2x dx}{\sqrt{1+\cos 2x}}$; б) $\int \frac{(5x-8)dx}{x^2+2x-3}$; в) $\int (2x+3)\sin 3x dx$.

3. а) $\int \frac{e^x dx}{4+e^{2x}}$; б) $\int \frac{(2x-5)dx}{x^2-4x-5}$; в) $\int \arccos x dx$.

4. а) $\int \frac{\cos 5x dx}{3+2\sin 5x}$; б) $\int \frac{(7x-2)dx}{x^2-5x-6}$; в) $\int (x+2)e^{5x}dx$.

5. а) $\int \frac{(5+3\ln x)^4}{x}dx$; б) $\int \frac{(5x+3)dx}{x^2+10x+21}$; в) $\int \arcsin\frac{1}{x}dx$.

6. а) $\int \frac{e^{3x}dx}{16+e^{6x}}$; б) $\int \frac{(2x-7)dx}{5x^2+2x-3}$; в) $\int x arctg 3x dx$.

7. а) $\int \frac{\sin 4x dx}{\sqrt[3]{5+\cos 4x}}$; б) $\int \frac{(4x-5)dx}{x^2+5x-6}$; в) $\int \frac{x dx}{\sin^2 x}$.

8. а) $\int x^2 e^{2x^3}dx$; б) $\int \frac{(2x+3)dx}{4x^2+4x-3}$ в) $\int x arctg x dx$.

9. а) $\int \frac{x dx}{x^4+1}$; б) $\int \frac{(2x+1)dx}{x^2+7x+10}$; в) $\int x\ln(1+x^2)dx$.

10. а) $\int \frac{x^3 dx}{x^8+1}$; б) $\int \frac{(2x-5)dx}{x^2+6x+5}$; в) $\int \frac{\ln\cos x dx}{\sin^2 x}$.

11. а) $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt[5]{\cos^2 x}}$; б) $\int \frac{(6x-5)dx}{x^2-4x-5}$; в) $\int x\ln(x^2+3)dx$.

12. а) $\int \frac{\sin 3x dx}{\sqrt{2+\cos 3x}}$; б) $\int \frac{(5x-8)dx}{x^2-7x+10}$; в) $\int (3x+1)\sin 4x dx$.

13. а) $\int \frac{dx}{4-e^{-x}}$; б) $\int \frac{(2x+1)dx}{x^2+x-12}$; в) $\int (5x-2)\arccos 2x dx$.

14. а) $\int \frac{\cos 3x dx}{3-2\sin 3x}$; б) $\int \frac{(7x+2)dx}{6x^2+5x+1}$; в) $\int (x+5)e^{-2x}dx$.

15.а) $\int \frac{(3+8\ln x)^3}{x}dx$; б) $\int \frac{(5x-3)dx}{x^2-10x+21}$; в) $\int \arccos\frac{1}{x}dx$.

16. а) $\int \frac{e^{2x}dx}{4+e^{4x}}$; б) $\int \frac{(4x-9)dx}{5x^2-2x-3}$; в) $\int x arctg 5x dx$.

17. а) $\int \frac{\sin 2x dx}{\sqrt[3]{1+4\cos 2x}}$; б) $\int \frac{(8x+5)dx}{x^2-x-12}$; в) $\int \frac{x dx}{\cos^2 x}$.

18. а) $\int x^2 e^{-x^3}dx$; б) $\int \frac{(2x-9)dx}{4x^2-4x-3}$; в) $\int x arcctg x dx$.

19. а) $\int \frac{x dx}{x^4+4}$; б) $\int \frac{(2x-1)dx}{3x^2-7x+4}$; в) $\int x\ln(1+3x^2)dx$.

20. а) $\int \frac{x^3 dx}{x^8+9}$; б) $\int \frac{(2x+5)dx}{3x^2+8x+5}$; в) $\int \frac{\ln\sin x dx}{\cos^2 x}$.

21. а) $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt[5]{\sin^2 x}}$; б) $\int \frac{(2x-7)dx}{x^2+4x-12}$; в) $\int x\ln(3x^2+1)dx$.

22. а) $\int \frac{\sin 2x dx}{\sqrt{1+\cos 2x}}$; б) $\int \frac{(3x-8)dx}{3x^2+11x+6}$; в) $\int (2x+3)x\cos dx$.

23. а) $\int \frac{e^x dx}{4+e^{2x}}$; б) $\int \frac{(2x+7)dx}{x^2-x-12}$; в) $\int (3x+1) \cdot \sin 2x dx$.

24. а) $\int \frac{\cos 5x dx}{3+2\sin 5x}$; б) $\int \frac{(5x-2)dx}{3x^2+7x+4}$; в) $\int (x+2)e^{5x} dx$.

25. а) $\int \frac{(5+3\ln x)^3}{x} dx$; б) $\int \frac{(5x+3)dx}{3x^2-8x+5}$; в) $\int \arcsin \frac{1}{x} dx$.

26. а) $\int \frac{e^{3x} dx}{16+e^{6x}}$; б) $\int \frac{(7x+1)dx}{3x^2-11x+6}$; в) $\int x arctg 3x dx$.

27. а) $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt[3]{2+3\cos x}}$; б) $\int \frac{(7x-5)dx}{x^2+4x-12}$; в) $\int \frac{x dx}{\sin^2 x}$.

28. а) $\int x^2 e^{2x^3} dx$; б) $\int \frac{(2x+3)dx}{2x^2+7x-15}$; в) $\int x arctg x dx$.

29. а) $\int \frac{x dx}{x^4+1}$; б) $\int \frac{(2x+1)dx}{x^2+2x-3}$; в) $\int x\ln(1+x^2)dx$.

30. а) $\int \frac{x^3 dx}{x^8+1}$; б) $\int \frac{(11x-5)dx}{3x^2-7x+4}$; в) $\int \frac{\ln\cos x dx}{\sin^2 x}$.

31. а) $\int \frac{\sin 5x dx}{\sqrt[5]{\cos^2 5x}}$; б) $\int \frac{(7x-5)dx}{x^2-4x-12}$; в) $\int x\ln(5x^2+3)dx$.

32. а) $\int \frac{\sin 3x dx}{\sqrt{2+\cos 3x}}$; б) $\int \frac{(5x-8)dx}{3x^2-11x+6}$; в) $\int (5x+3)\cos 4x dx$.

33. а) $\int \frac{dx}{4-e^{-x}}$; б) $\int \frac{(2x+13)dx}{2x^2+7x-15}$; в) $\int (3x-4) \cdot \cos 3x dx$.

34. а) $\int \frac{\cos 3x dx}{3-2\sin 3x}$; б) $\int \frac{(7x+2)dx}{5x^2-2x-3}$; в) $\int (x+5)e^{-2x} dx$.

35. а) $\int \frac{(3+8\ln x)^3}{x} dx$; б) $\int \frac{(5x-13)dx}{x^2-7x+10}$; в) $\int \arccos \frac{1}{x} dx$.

36. а) $\int \frac{e^{2x} dx}{4+e^{4x}}$; б) $\int \frac{(8x-1)dx}{x^2+2x-3}$; в) $\int x arctg 5x dx$.

37. а) $\int \frac{\sin 2x dx}{\sqrt[3]{1+4\cos 2x}}$; б) $\int \frac{(4x+5)dx}{x^2-x-12}$; в) $\int \frac{x dx}{\cos^2 x}$.

38. а) $\int x^2 e^{-x^3} dx$; б) $\int \frac{(2x-13)dx}{x^2-8x+7}$; в) $\int x arcctg x dx$.

39. а) $\int \frac{x dx}{x^4+4}$; б) $\int \frac{(2x+6)dx}{x^2-2x-3}$; в) $\int x\ln(1+3x^2)dx$.

40. а) $\int \frac{x^3 dx}{x^8+9}$; б) $\int \frac{(2x+15)dx}{3x^2+7x+4}$; в) $\int \frac{\ln\sin x dx}{\cos^2 x}$.

41. а) $\int \frac{\cos 7x dx}{\sqrt[5]{\sin^2 7x}}$; б) $\int \frac{(11x-7)dx}{x^2+4x-12}$; в) $\int x\ln(2x^2+3)dx$.

42. а) $\int \frac{\sin 2x dx}{\sqrt{1+\cos 2x}}$; б) $\int \frac{(9x-8)dx}{3x^2-11x+6}$; в) $\int (4x-5)\sin 2x dx$.

43. а) $\int \frac{e^x dx}{4+e^{2x}}$; б) $\int \frac{(2x-11)dx}{x^2-4x-5}$; в) $\int (2x+5) \cdot \sin 4x dx$.

44. а) $\int \frac{\cos 5x dx}{3+2\sin 5x}$; б) $\int \frac{(15x-2)dx}{5x^2+2x-3}$; в) $\int (x+2)e^{5x} dx$.

45. а) $\int \frac{(5+3\ln x)^3}{x}dx$; б) $\int \frac{(15x+3)dx}{x^2+7x+10}$; в) $\int \arcsin\frac{1}{x}dx$.

46. а) $\int \frac{e^{3x}dx}{16+e^{6x}}$; б) $\int \frac{(9x+11)dx}{x^2-2x-3}$; в) $\int x\,arctg3x\,dx$.

47. а) $\int \frac{\sin 7x dx}{\sqrt[3]{5+\cos 7x}}$; б) $\int \frac{(9x-5)dx}{x^2+x-12}$; в) $\int \frac{xdx}{\sin^2 x}$.

48. а) $\int x^2 e^{2x^3}dx$; б) $\int \frac{(12x+13)dx}{x^2+8x+7}$; в) $\int x^3 arctgx\,dx$.

49. а) $\int \frac{xdx}{x^4+1}$; б) $\int \frac{(5x+1)dx}{x^2-2x-3}$; в) $\int x^3\ln(1+x^2)dx$.

50. а) $\int \frac{x^3dx}{x^8+1}$; б) $\int \frac{(12x+5)dx}{3x^2-7x+4}$; в) $\int \frac{\ln\cos x dx}{\sin^2 x}$.

***Задание 2:*** **Пользуясь формулой Ньютона – Лейбница, вычислить определенный интеграл.**

1. $\int_{2}^{3} \frac{dx}{x^2+4x+5}$ 2. $\int_0^1 \frac{\sqrt{x}dx}{\sqrt{x}+1}$ 3. $\int_0^{\pi}(2x-1)\cos x dx$

4. $\int_0^1 \frac{xdx}{x^2+3x+2}$ 5. $\int_0^{\pi/2}\cos^3 x\sin 2x dx$ 6. $\int_1^2 \frac{\ln x}{x^5}dx$

7. $\int_0^{1/4} \frac{dx}{(4x+1)\sqrt{x}}$ 8. $\int_3^8 \frac{xdx}{\sqrt{1+x}}$ 9. $\int_0^{e-1}\ln(x+1)dx$

10. $\int_{1/\sqrt{2}}^{1} x\sqrt{5-x^2}dx$ 11. $\int_0^1 \frac{dx}{x^2-4x+8}$ 12. $\int_0^1 \frac{\sqrt{x}dx}{\sqrt{x}-4}$

13. $\int_0^{\pi} x\cos 3x dx$ 14. $\int_0^1 \frac{xdx}{x^2-3x+4}$ 15. $\int_0^{\pi/3}\sin^3 x\sin 2x dx$

16. $\int_{6}^{7} \frac{dx}{x^2-4x+5}$. 17. $\int_0^1 \frac{\sqrt{x}dx}{\sqrt{x}+1}$ 18. $\int_0^{\pi} x\sin x dx$.

19. $\int_{3}^{4} \frac{xdx}{x^2-3x+2}$ 20. $\int_0^{\pi/6}\cos^2 x\sin 2x dx$ 21. $\int_1^4 \frac{\ln x}{x^3}dx$.

22. $\int_{1}^{2} \frac{dx}{(4x-1)\sqrt{x}}$ 23. $\int_1^6 \frac{xdx}{\sqrt{3+x}}$ 24. $\int_{-1}^{e-1}\ln(x+2)dx$.

25. $\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{7}} x\sqrt{2+5x^2}dx$; 26. $\int_0^1 \frac{dx}{x^2+4x+8}$ 27. $\int_0^1 \frac{\sqrt{x}dx}{\sqrt{x}+4}$;

28. $\int_0^{\pi/2} x\cos 2x dx$. 29. $\int_{2}^{3} \frac{xdx}{x^2+3x+4}$. 30. $\int_0^{\pi/2}\cos^3 x\sin 2x dx$.

31. $\int_{2}^{3} \frac{(x-2)dx}{x^2+2x+3}$. 32. $\int_0^1 \frac{\sqrt{x}dx}{\sqrt{x}-5}$. 33. $\int_0^{\pi}(3x-2)\cos x dx$.

34. $\int_{3}^{4} \frac{(x+4)dx}{x^2-3x+2}$. 35. $\int_0^{\pi/2}\cos^4 x\sin 2x dx$. 36. $\int_1^2 \frac{\ln x}{x^4}dx$.

37. $\int_0^{1/4} \frac{dx}{(x+9)\sqrt{x}}$. 38. $\int_3^8 \frac{(2x-1)dx}{\sqrt{1+x}}$. 39. $\int_4^{e+3}\ln(x-3)dx$.

40. $\int\limits_{1/\sqrt{2}}^{1} x\sqrt{7-2x^2}\,dx$.

41. $\int\limits_{0}^{1} \frac{dx}{x^2+2x+5}$.

42. $\int\limits_{0}^{1} \frac{\sqrt{x}dx}{\sqrt{x}+4}$.

43. $\int\limits_{0}^{\pi/3} x\cos x dx$.

44. $\int\limits_{0}^{1} \frac{xdx}{x^2+6x+5}$.

45. $\int\limits_{0}^{\pi/6} \sin^4 x \sin 2x dx$.

46. $\int\limits_{0}^{1} \frac{dx}{x^2+4x+5}$.

47. $\int\limits_{0}^{1} \frac{\sqrt{x}dx}{\sqrt{x}+1}$.

48. $\int\limits_{0}^{\pi} x\cos x dx$.

49. $\int\limits_{0}^{1} \frac{xdx}{x^2+3x+2}$.

50. $\int\limits_{0}^{\pi/3} \cos^3 x \sin 2x dx$.

***Задание 3:*** **Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функции. Сделать чертеж:**

1. $y = x\sqrt{9-x^2}$, $y=0$, $(0 \le x \le 3)$

2. $\begin{cases} \begin{cases} x = 4\sqrt{2}\cos t \\ y = \sqrt{2}\sin t \end{cases} \\ x = 4,\ (x \ge 4) \end{cases}$

3. $y = x\sqrt{4-x^2}$, $y=0$, $(0 \le x \le 2)$

4. $y = \cos x \sin^3 x$, $y=0$, $\left(0 \le x \le \frac{\pi}{2}\right)$

5. $\begin{cases} \begin{cases} x = 4(t-\sin t) \\ y = 4(1-\cos t) \end{cases} \\ y = 4,\ (0 < t < 2\pi),\ (y \ge 4) \end{cases}$

6. $y = \arccos x$, $y=0$, $x=0$

7. $\begin{cases} \begin{cases} x = 8\cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases} \\ x = 1,\ (x \ge 1) \end{cases}$

8. $y = x\,arctgx$, $y=0$, $x=\sqrt{3}$

9. $\begin{cases} \begin{cases} x = 2\sqrt{2}\cos t \\ y = 7\sqrt{2}\sin t \end{cases} \\ y = 7,\ (y \ge 7) \end{cases}$

10. $y = \frac{x}{1+\sqrt{x}}$, $y=0$, $x=1$

11. $x = (y-2)^3$, $x = 4y-8$

12. $\begin{cases} \begin{cases} x = 2(t-\sin t) \\ y = 2(1-\cos t) \end{cases} \\ y = 2,\ (0 < t < 2\pi),\ (y \ge 2) \end{cases}$

13. $y = \cos^5 x \sin 2x$, $y=0$, $\left(0 \le x \le \frac{\pi}{2}\right)$

14. $y = \cos^2 x \sin x$, $y=0$, $\left(0 \le x \le \frac{\pi}{2}\right)$

15. $\begin{cases} \begin{cases} x = 2\sqrt{2}\cos t \\ y = 4\sqrt{2}\sin t \end{cases} \\ y = 4,\ (y \ge 4) \end{cases}$

16. $y=\sqrt{e^x-1},\ y=0,\ x=\ln 2$

17. $y=\dfrac{1}{x\sqrt{1+\ln x}},\ y=0,\ x=1,\ x=e^3$

18. $\begin{cases}\begin{cases}x=16\cos^3 t\\ y=\sin^3 t\end{cases}\\ x=2,\ (x\ge 2)\end{cases}$

19. $y=(x+1)^2,\ y^2=x+1$

20. $x=\sqrt{e^y-1},\ x=0,\ y=\ln 2$

21. $y=\dfrac{1}{1+\cos x},\ y=0,\ x=\pm\dfrac{\pi}{2}$

22. $\begin{cases}\begin{cases}x=5(t-\sin t)\\ y=5(1-\cos t)\end{cases}\\ y=5,\ (0<t<2\pi),\ (y\ge 5)\end{cases}$

23. $y=\dfrac{x}{(x^2+1)^2},\ y=0,\ x=1$

24. $x=\sqrt{4-y^2},\ x=0,\ y=0,\ y=1$

25. $\begin{cases}\begin{cases}x=2\cos t\\ y=6\sin t\end{cases}\\ y=3,\ (y\ge 3)\end{cases}$

26. $\begin{cases}\begin{cases}x=4\sqrt{2}\cos^3 t\\ y=2\sqrt{2}\sin^3 t\end{cases}\\ x=2,\ (x\ge 2)\end{cases}$

27. $y=\dfrac{3x}{4+\sqrt{x}},\ y=0,\ x=4$

28. $\begin{cases}\begin{cases}x=3(t-\sin t)\\ y=3(1-\cos t)\end{cases}\\ y=3,\ (0<t<2\pi),\ (y\ge 3)\end{cases}$

29. $\begin{cases}\begin{cases}x=3\cos t\\ y=8\sin t\end{cases}\\ y=4,\ (y\ge 4)\end{cases}$

30. $y=\cos^2 x\sin 2x,\ y=0,\ \left(0\le x\le\dfrac{\pi}{2}\right)$

31. $\begin{cases}\begin{cases}x=4(t-\sin t)\\ y=4(1-\cos t)\end{cases}\\ y=4,\ (0<t<2\pi),\ (y\ge 4)\end{cases}$

32. $\begin{cases}\begin{cases}x=16\cos^3 t\\ y=\sin^3 t\end{cases}\\ x=6\sqrt{3},\ (x\ge 6\sqrt{3})\end{cases}$

33. $y=\dfrac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}},\ y=0,\ x=4$

34. $\begin{cases}\begin{cases}x=8\sqrt{2}\cos^3 t\\ y=\sqrt{2}\sin^3 t\end{cases}\\ x=4,\ (x\ge 4)\end{cases}$

35. $y = \cos^3 x \sin x,\ y=0,\ \left(0 \le x \le \frac{\pi}{2}\right)$

36. $\begin{cases} \begin{cases} x = (t - \sin t) \\ y = (1 - \cos t) \end{cases} \\ y = 1,\ (0 < t < 2\pi),\ (y \ge 1) \end{cases}$

37. $\begin{cases} \begin{cases} x = 24\cos^3 t \\ y = 2\sin^3 t \end{cases} \\ x = 9\sqrt{3},\ (x \ge 9\sqrt{3}) \end{cases}$

38. $y = \frac{e^{1/x}}{x^2},\ y=0,\ x=2,\ x=1$

39. $\begin{cases} \begin{cases} x = 2\sqrt{2}\cos t \\ y = 5\sqrt{2}\sin t \end{cases} \\ y = 5,\ (y \ge 5) \end{cases}$

40. $\begin{cases} x = 32\cos^3 t,\ x = 12\sqrt{3} \\ y = 3\sin^3 t,\ (x \ge 12\sqrt{3}) \end{cases}$

41. $y = (x-1)^2,\ y^2 = x - 1$

42. $y = x\sqrt{9 - x^2},\ y=0,\ (0 \le x \le 3)$

43. $\begin{cases} \begin{cases} x = 2\cos t \\ y = 5\sqrt{2}\sin t \end{cases} \\ y = 5,\ (y \ge 5) \end{cases}$

44. $y = \cos^4 x \sin x,\ y=0,\ \left(0 \le x \le \frac{\pi}{2}\right)$

45. $y = x\sqrt{16 - x^2},\ y=0,\ (0 \le x \le 4)$

46. $\begin{cases} \begin{cases} x = \sqrt{2}\cos t \\ y = 5\sqrt{2}\sin t \end{cases} \\ y = 5,\ (y \ge 5) \end{cases}$

47. $y = \cos x \sin^2 x,\ y=0,\ \left(0 \le x \le \frac{\pi}{2}\right)$

48. $\begin{cases} \begin{cases} x = 64\cos^3 t \\ y = 3\sin^3 t \end{cases} \\ x = 24\sqrt{3},\ (x \ge 24\sqrt{3}) \end{cases}$

49. $y = \frac{e^{3/x}}{x^2},\ y=0,\ x=2,\ x=5$

50. $\begin{cases} \begin{cases} x = 6(t - \sin t) \\ y = 6(1 - \cos t) \end{cases} \\ y = 6,\ (0 < t < 2\pi),\ (y \ge 6) \end{cases}$

***Задание 4:*** **Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной графиками функций. Сделать чертеж.**

1. $y = -x^2 + 5x - 6,\ y=0$ , ось вращения OX.
2. $2x - x^2 - y = 0,\ 2x^2 - 4x + y = 0$ , ось вращения OX.

3. $y = 3\sin x, y = \sin x, 0 \le x \le \pi$ , ось вращения OX.
4. $y = 5\cos x,\ y = \cos x, x = 0, x \ge 0$ , ось вращения OX.
5. $y = \sin^2 x,\ \ x = \pi/2, y = 0$ , ось вращения OX.
6. $x = \sqrt[3]{y-2}, x = 1, y = 1$ , ось вращения OX.
7. $y = xe^x,\ y = 0,\ x = 0$ , ось вращения OX.
8. $y = 2x - x^2,\ y = -x + 2,\ x = 0$ , ось вращения OX.
9. $y = e^{1-x},\ y = 0,\ x = 0,\ x = 1$ , ось вращения OX.
10. $y = 2x - x^2,\ y = -x + 2$ , ось вращения OX.
11. $y = x^2,\ y^2 - x = 0$ , ось вращения OX.
12. $x^2 + (y-2)^2 = 1$ , ось вращения OX.
13. $y = 1 - x^2,\ x = 0,\ x = \sqrt{y-2},\ x = 1$ , ось вращения OX.
14. $y = x^2,\ y = 1,\ x = 2$ , ось вращения OX.
15. $y = x^3,\ y = \sqrt{x}$ , ось вращения OX.
16. $y = \sin\frac{\pi x}{2},\ \ y = x^2$ , ось вращения OX.
17. $y = \arccos\frac{x}{3},\ y = \arccos x,\ y = 0$ , ось вращения OY.
18. $y = \arcsin\frac{x}{5},\ y = \arcsin x,\ y = \frac{\pi}{2}$ , ось вращения OY.
19. $y = x^2,\ y = 0,\ x = 2$ , ось вращения OY.
20. $y = x^2 + 1,\ y = x,\ x = 0,\ x = 1$ , ось вращения OX.
21. $y = \sqrt{x-1},\ y = 0,\ \ y = 1,\ x = \frac{1}{2}$ , ось вращения OY.
22. $y = \ln x,\ x = 2,\ y = 0$ , ось вращения OY.
23. $y = (x-1)^2,\ y = 1$ , ось вращения OY.
24. $y^2 = x - 2,\ y = 0,\ y = x^3,\ y = 1$ , ось вращения OY.
25. $y = x^3,\ y = x^2$ , ось вращения OY.
26. $y = \arccos\frac{x}{5},\ \ y = \arccos\frac{x}{3},\ y = 0$ , ось вращения OY.
27. $y = \arcsin x,\ \ y = \arccos x,\ y = 0$ , ось вращения OY.
28. $y = x^2 - 2x + 1,\ y = 0,\ x = 2$ , ось вращения OY.
29. $y = x^3, y = x$ , ось вращения OY.
30. $y = \arccos x,\ \ y = \arcsin x,\ x = 0$ , ось вращения OY.
31. $y = (x-1)^2,\ \ y = 0,\ x = 2,\ x = 0$ , ось вращения OY.
32. $y^2 = 4x,\ \ y = x$ , ось вращения OY.
33. $y = \arccos\frac{x}{6}, y = \arccos x,\ y = 0$ , ось вращения OY.
34. $y = \sin\frac{\pi x}{2},\ \ y = x^2$ , ось вращения OX.
35. $y^2 = x - 2,\ y = 0,\ y = x^3,\ y = 1$ , ось вращения OY.
36. $y = 5\sin x, y = 2\sin x, 0 \le x \le \pi$ , ось вращения OX.
37. $y = \sqrt{x+3},\ y = 0,\ \ y = 1,\ x = -4$ , ось вращения OY.

38. $y = \arccos\frac{x}{2}$, $y = \arccos x$, $y=0$, ось вращения OY.

39. $y = \ln(2x-3)$, $x=5$, $y=0$, ось вращения OY.

40. $y = x^2 - 2$, $y = x$, $x=0$, ось вращения OY.

41. $y^2 = x-2$, $y=0$, $y=x^3$, $y=2$, ось вращения OY.

42. $y = 4\sin x, y = 2\sin x, 0 \le x \le \pi$, ось вращения OX.

43. $y = \arccos\frac{x}{3}$, $y = \arccos\frac{x}{5}$, $y=0$, ось вращения OY.

44. $y = 4x - x^2$, $y = -x+4$, ось вращения OY.

45. $y = \ln(2x+1)$, $x=3$, $y=0$, ось вращения OX.

46. $y = 5\cos x$, $y = 7\cos x, x=0, x \ge 0$, ось вращения OX.

47. $y = \sqrt{2x-4}$, $y=0$, $y=1$, $x=1$, ось вращения OY.

48. $y^2 = x-5$, $y=0$, $y=x^3$, $y=2$, ось вращения OY.

49. $y = 3x - x^2$, $y = -x+3$, ось вращения OY.

50. $y = 4\cos x$, $y = \cos x, x=0, x \ge 0$, ось вращения OX.

***Задание 5*: Вычислить длину дуги кривой.**

1. $\rho = 3e^{3\varphi/4}, -\frac{\pi}{2} \le \varphi \le \frac{\pi}{2}$

2. $\begin{cases} x = 5(t - \sin t) \\ y = 5(1 - \cos t) \end{cases}, \quad 0 \le t \le \pi$

3. $\rho = \sqrt{2e^{\varphi}}, -\frac{\pi}{2} \le \varphi \le \frac{\pi}{2}$

4. $\begin{cases} x = 3(2\cos t - \cos 2t) \\ y = 3(2\sin t - \sin 2t) \end{cases}, \quad 0 \le t \le 2\pi$

5. $\rho = 6e^{12\varphi/5}, -\frac{\pi}{2} \le \varphi \le \frac{\pi}{2}$

6. $\begin{cases} x = 4(\cos t + t\sin t) \\ y = 4(\sin t - t\cos t) \end{cases}, \quad 0 \le t \le 2\pi$

7. $\rho = 4e^{4\varphi/3}, 0 \le \varphi \le \frac{\pi}{3}$

8. $\begin{cases} x = (t^2 - 2)\sin t + 2t\cos t \\ y = (2 - t^2)\cos t + 2t\sin t \end{cases}, \quad 0 \le t \le \pi$

9. $\rho = 5e^{5\varphi/12}, 0 \le \varphi \le \frac{\pi}{3}$

10. $\begin{cases} x = 10\cos^3 t \\ y = 10\sin^3 t \end{cases}, \quad 0 \le t \le \frac{\pi}{2}$

11. $\rho = 1 - \sin\varphi$, $-\frac{\pi}{2} \le \varphi \le \frac{\pi}{6}$

12. $\begin{cases} x = e^t(\sin t + \cos t) \\ y = e^t(\cos t - \sin t) \end{cases}, \quad 0 \le t \le \pi$

13. $\rho = 3(1 + \sin\varphi), -\frac{\pi}{6} \le \varphi \le 0$

12. $\begin{cases} x = e^t(\sin t + \cos t) \\ y = e^t(\cos t - \sin t) \end{cases}, \quad 0 \le t \le \pi$

13. $\rho = 3(1+\sin\varphi), -\frac{\pi}{6} \le \varphi \le 0$

14. $\begin{cases} x = 3(t - \sin t) \\ y = 3(1 - \cos t) \end{cases}, \quad 0 \le t \le 2\pi$

15. $\rho = 5(1-\cos\varphi), \ -\frac{\pi}{3} \le \varphi \le 0$

16. $\begin{cases} x = \frac{1}{2}\cos t - \frac{1}{4}\cos 2t \\ y = \frac{1}{2}\sin t - \frac{1}{4}\sin 2t \end{cases}, -\frac{\pi}{2} \le t \le \frac{\pi}{2}$

17. $\rho = 2e^{4\varphi/3}, -\frac{\pi}{2} \le \varphi \le \frac{\pi}{2}$

18. $\begin{cases} x = 3(\cos t + t\sin t) \\ y = 3(\sin t - t\cos t) \end{cases}, \quad \frac{\pi}{2} \le t \le \frac{2\pi}{3}$

19. $\rho = 5e^{5\varphi/12}, -\frac{\pi}{2} \le \varphi \le \frac{\pi}{2}$

20. $\begin{cases} x = (t^2 - 2)\sin t + 2t\cos t \\ y = (2 - t^2)\cos t + 2t\sin t \end{cases}, \quad 0 \le t \le \frac{\pi}{3}$

21. $\rho = 3e^{3\varphi/4}, 0 \le \varphi \le \frac{\pi}{3}$

22. $\begin{cases} x = 6\cos^3 t \\ y = 6\sin^3 t \end{cases}, \quad 0 \le t \le \frac{\pi}{3}$

23. $\rho = \sqrt{2e^{\varphi}}, 0 \le \varphi \le \frac{\pi}{3}$

24. $\begin{cases} x = e^t(\sin t + \cos t) \\ y = e^t(\cos t - \sin t) \end{cases}, \quad -\frac{\pi}{2} \le t \le \pi$

25. $\rho = 12e^{12\varphi/5}, 0 \le \varphi \le \frac{\pi}{3}$

26. $\begin{cases} x = 2{,}3(t - \sin t) \\ y = 2{,}3(1 - \cos t) \end{cases}, \quad \frac{\pi}{2} \le t \le \pi$

27. $\rho = 2(1-\cos\varphi), \ -\pi \le\le \varphi - \frac{\pi}{2}$

28. $\begin{cases} x = 3{,}5(2\cos t - \cos 2t) \\ y = 3{,}5(2\sin t - \sin 2t) \end{cases}, \quad 0 \le t \le \frac{\pi}{2}$

29. $\rho = 4(1-\sin\varphi), 0 \le \varphi \le \frac{\pi}{6}$

30. $\begin{cases} x = 6(\cos t + t\sin t) \\ y = 6(\sin t - t\cos t) \end{cases}, \quad 0 \le t \le \pi$

31. $\rho = 6(1+\sin\varphi), -\frac{\pi}{2} \le \varphi \le 0$

32. $\begin{cases} x = (t^2 - 2)\sin t + 2t\cos t \\ y = (2 - t^2)\cos t + 2t\sin t \end{cases}, \quad 0 \le t \le \frac{\pi}{2}$

33. $\begin{cases} x = 4(2\cos t - \cos 2t) \\ y = 4(2\sin t - \sin 2t) \end{cases}, \quad 0 \le t \le \pi$

34. $\rho = 2(1-\sin\varphi), \ 0 \le \varphi \le \frac{\pi}{6}$