Принято на заседании
Ученого совета института ИБО НИТУ МИСИС
Протокол от 17.10.2024 № 3

**ПРОГРАММА
ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ
ДЛЯ ПОСТУПАЮЩИХ НА ОБУЧЕНИЕ ПО ПРОГРАММАМ
БАЗОВОГО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ /БАКАЛАВРИАТА/
СПЕЦИАЛИТЕТА
ПО МАТЕМАТИКЕ**

Москва 2024

СОДЕРЖАНИЕ

I. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА	3
1. Цели вступительного испытания	3
2. Форма, продолжительность проведения вступительного испытания	3
3. Критерии оценивания	3
4. Перечень принадлежностей	3
II. СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ	4
5. Раздел 1. АРИФМЕТИКА	6
6. Раздел 2. АЛГЕБРА	7
7. Раздел 3. ТРИГОНОМЕТРИЯ	7
8. Раздел 4. НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА	8
9. Раздел 5. ГЕОМЕТРИЯ	8
10. Раздел 6. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ	9
11. Раздел 7. ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ	9
III. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА И ОТКРЫТЫЕ ИСТОЧНИКИ	10

I. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

1. Цели вступительного испытания.

Цель вступительного испытания - оценка уровня освоения поступающими на первый курс компетенций по математике, необходимых для обучения в вузе.

2. Форма, продолжительность проведения вступительного испытания.

Вступительные испытания по МАТЕМАТИКЕ проводятся в виде письменного экзамена. Продолжительность вступительного испытания составляет 4 часа (240 минут).

3. Критерии оценивания.

Поступающий получает индивидуальный билет, содержащий 10 задач различной сложности. Задача считается решенной правильно, если выполнены все задания, указанные в условии задачи, приводится корректное, обоснованное решение и получен верный ответ. Если задача решена правильно, то она оценивается максимальным количеством баллов, стоящим в соответствующей графе билета напротив задачи. Задание, выполненное частично, может быть оценено меньшим количеством баллов по решению экзаменатора.

Максимально возможное количество баллов за экзаменационную работу составляет 100 баллов.

4. Перечень принадлежностей, которые поступающий имеет право принести в аудиторию во время проведения вступительного испытания: ручка, пишущая черными или синими чернилами.

II. СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ

Требования к подготовленности поступающего

Общие компетенции

Знать/понимать:

- значение математики как универсального языка науки;
- роль математических методов как средства моделирования явлений и процессов, а также их исследования;
- принципы решения локальных и глобальных экстремальных задач с помощью математических методов;
- смысл и место, которое занимают определения различных понятий, правила, теоремы, формулы и методы решения различных задач средствами математики.

Уметь:

- логически грамотно, аргументировано проводить рассуждения и доказательства;
- делать обоснованные выводы;
- грамотно оперировать основными математическими понятиями;
- применять математические методы для решения различных (не только математических) задач.

Частные компетенции

Знать/понимать:

Арифметика:

- арифметические операции и их свойства, порядок действий;
- правила действия с обыкновенными и десятичными дробями, процентные отношения;
- основные признаки делимости натуральных чисел;
- смысл модуля (абсолютной величины) числа и степени с целым показателем.

Алгебра:

- формулы сокращенного умножения;
- правила действия со степенями (целыми, рациональными, действительными);
- методы отыскания корней многочленов, формулы для корней квадратного трехчлена;
- определение и свойства логарифмов;
- свойства степенной функции с натуральным показателем, дробно-линейной функции, показательной и логарифмической функций, а также вид графиков этих функций;
- методы решения алгебраических, иррациональных и дробно-рациональных, показательных и логарифмических уравнений, неравенств и систем;
- методы решения задач с параметрами;
- методы решения текстовых задач (на движение, работу, проценты и т.д.);
- определения и свойства арифметической и геометрической прогрессий, бесконечно убывающей геометрической прогрессии, а также формулы для общих членов и сумм первых n членов.

Тригонометрия:

- определения, свойства и графики тригонометрических функций;
- основные тригонометрические формулы;
- методы решения тригонометрических уравнений, неравенств и систем.

Начала математического анализа:

- определения понятий функции, предела функции, её непрерывности и производной;
- правила дифференцирования суммы, произведения, частного и сложной функции;
- вид уравнения касательной к графику функции;
- признаки убывания и возрастания функции;
- методы отыскания локальных и глобальных экстремумов функций;
- нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.

Геометрия:

- определения и свойства основных геометрических фигур (треугольника, параллелограмма, трапеции, круга);
- формулы для вычисления площадей основных геометрических фигур (треугольника, параллелограмма, трапеции, круга);
- формулу для вычисления длины окружности;
- определения и свойства основных пространственных тел (призмы, пирамиды, цилиндра, конуса и шара);
- формулы для вычисления площади полной и боковой поверхности, а также объема основных пространственных тел (призмы, пирамиды, цилиндра, конуса);
- формулу для вычисления объема шара и площади сферы;
- сечения плоскостью основных пространственных тел (призмы, пирамиды, цилиндра, конуса и шара).

Аналитическая геометрия:

- определения вектора, линейных операций над векторами, координат вектора, скалярного произведения векторов;
- выражение через координаты скалярного произведения векторов, длин векторов, косинуса угла между векторами;
- признаки перпендикулярности и коллинеарности векторов;
- уравнение прямой на плоскости, угловой коэффициент прямой и его геометрический смысл;
- уравнение окружности.

Элементы комбинаторики, теории вероятностей и математической статистики:

- понятие вероятности случайного события;
- понятия зависимых и независимых событий, совместных и несовместных событий;
- понятие невозможного события и его вероятности;
- понятие достоверного события и его вероятности;
- формулы нахождения числа перестановок, сочетаний, размещений;
- табличное и графическое представление данных;
- числовые характеристики рядов данных.

Уметь:

Арифметика:

- выполнять арифметические действия с целыми числами, обыкновенными и десятичными дробями, сочетая устные и письменные приемы;
- находить наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное;
- грамотно выполнять операции с процентами.

Алгебра:

- вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;
- находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем и логарифмы;
- проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы и логарифмы;
- применять формулы сокращенного умножения и выделять полный квадрат;
- исследовать основные функции (степенную функцию с натуральным показателем, дробно-линейную функцию, показательную функцию и логарифмическую функцию) и строить их графики;
- решать с помощью различных методов алгебраические, иррациональные и дробно-рациональные, показательные и логарифмические уравнения, неравенства и системы, а также задачи с параметрами;
- изображать на координатной плоскости множества решений простейших уравнений, неравенств и систем;
- решать текстовые задачи, применяя различные методы;
- используя основные свойства и формулы, решать задачи, связанные с арифметическими и геометрическими прогрессиями.

Тригонометрия:

- строить графики тригонометрических функций;
- решать тригонометрические уравнения, неравенства и системы.

Начала математического анализа:

- находить производные суммы, произведения, частного и сложной функции;
- составлять уравнение касательной к графику функции;
- находить промежутки убывания и возрастания функции;
- исследовать функции на локальный экстремум и определять характер экстремальных точек;
- находить наибольшее и наименьшее значения функций;
- решать задачи, связанные с отысканием наибольшего (наименьшего) значения.

Геометрия:

- вычислять геометрические характеристики (углы, площади и т.д.) основных геометрических фигур (треугольника, параллелограмма, трапеции, правильного многоугольника);
- вычислять длину окружности и площадь круга;
- применять для решения задач свойства основных геометрических фигур (треугольника, параллелограмма, трапеции, правильного многоугольника, круга);
- изображать основные пространственные тела (призму, пирамиду, цилиндр, конус и шар);
- вычислять объем, а также площадь полной и боковой поверхности призмы, пирамиды, цилиндра, конуса;
- вычислять объем шара и площадь сферы;
- применять для решения задач свойства основных пространственных тел (призмы, пирамиды, цилиндра, конуса и шара);
- строить сечения плоскостью основных пространственных тел (призмы, пирамиды, цилиндра, конуса и шара).

Аналитическая геометрия:

- выполнять линейные операции над векторами;
- вычислять скалярное произведение векторов, длины векторов, косинус угла между векторами;
- представлять вектор на плоскости в виде линейной комбинации двух неколлинеарных векторов и вектор в пространстве – в виде линейной комбинации трех некомпланарных векторов;
- записывать уравнения прямой и окружности на плоскости;
- определять взаимное расположение двух прямых на плоскости по их уравнениям;
- применять аппарат аналитической геометрии для решения задач планиметрии и стереометрии.

Элементы комбинаторики, теории вероятностей и математической статистики:

- находить вероятность случайного события с помощью классического определения вероятности и формул сложения и умножения вероятностей;
- вычислять количество комбинаций с помощью формул комбинаторики;
- извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках;
- использовать основные понятия математической статистики (математического ожидания, дисперсии, среднего квадратического отклонения).

Раздел 1. АРИФМЕТИКА

Натуральные числа. Десятичная система счисления. Римская нумерация.

Арифметические действия с натуральными числами. Законы арифметических действий: переместительный, сочетательный, распределительный. Порядок действий.

Делимость натуральных чисел. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10. Простые и составные числа. Разложение натурального числа на простые множители. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Деление с остатком.

Дроби. Обыкновенная дробь. Сравнение дробей. Арифметические действия с обыкновенными дробями. Нахождение части от целого и целого по его части.

Десятичная дробь. Сравнение десятичных дробей. Арифметические действия с десятичными дробями. Представление десятичной дроби в виде обыкновенной дроби и обыкновенной дроби в виде десятичной.

Рациональные числа. Целые числа: положительные, отрицательные и нуль.

Модуль (абсолютная величина) числа. Сравнение рациональных чисел. Арифметические действия с рациональными числами. Степень с целым показателем.

Проценты. Пропорция. Пропорциональная и обратно пропорциональная зависимости.

Раздел 2. АЛГЕБРА

Алгебраические выражения и дроби. Буквенные выражения (выражения с переменными). Допустимые значения переменных, входящих в алгебраические выражения.

Тождество, доказательство тождеств.

Формулы сокращенного умножения: квадрат суммы и разности, куб суммы и разности, разность квадратов, сумма и разность кубов.

Многочлены. Степень, корни, разложение на множители. Квадратный трехчлен: выделение полного квадрата, теорема Виета, формула для корней, разложение на множители.

Корни и степени. Степень с рациональным показателем и ее свойства. Понятие о степени с действительным показателем. Свойства степеней.

Логарифмы. Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Логарифм произведения, частного, степени; переход к новому основанию. Десятичный и натуральный логарифмы, число e .

Функции. Область определения и множество значений. График функции. Построение графиков функций, заданных различными способами. Свойства функций: монотонность, четность и нечетность, периодичность, ограниченность. Вертикальные и горизонтальные асимптоты графиков.

Обратная функция. Область определения и область значений обратной функции. График обратной функции.

Степенная функция с натуральным показателем, дробно-линейная функция, показательная функция (экспонента), логарифмическая функция, их свойства и графики.

Алгебраические, иррациональные и дробно-рациональные, показательные и логарифмические уравнения, неравенства и системы. Различные методы их решения. Метод интервалов.

Уравнения, неравенства и системы с параметрами, методы их решения.

Текстовые задачи (на движение, работу, проценты и т.д.) и методы их решения.

Числовые последовательности. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Формулы для определения общих членов и сумм первых n членов прогрессий.

Раздел 3. ТРИГОНОМЕТРИЯ

Тригонометрические функции, их свойства и графики.

Основные тригонометрические формулы.

Тригонометрические уравнения, неравенства и системы. Методы их решения, метод интервалов с использованием тригонометрического круга.

Раздел 4. НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Понятия предела и непрерывности функции.

Понятие производной функции, физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции.

Производные суммы, разности, произведения, частного, производная сложной функции.

Производные основных элементарных функций.

Применение производной к исследованию функций и построению графиков.

Раздел 5. ГЕОМЕТРИЯ

Планиметрия.

Равенство и подобие фигур.

Треугольник. Вычисление площади треугольника.

Параллелограмм. Основные теоремы. Вычисление площади параллелограмма.

Трапеция. Средняя линия трапеции. Вычисление площади трапеции.

Многоугольники. Правильные многоугольники. Вычисление площади правильного многоугольника.

Окружность. Основные теоремы. Длина окружности и площадь круга.

Стереометрия.

Прямая и плоскость в пространстве. Угол между прямой и плоскостью. Угол между плоскостями. Основные теоремы.

Призма. Сечения призмы плоскостью. Площадь боковой и полной поверхностей призмы. Объем призмы.

Пирамида. Сечения пирамиды плоскостью. Площадь боковой и полной поверхностей пирамиды. Объем пирамиды.

Прямой круговой цилиндр. Сечения цилиндра плоскостью. Площадь боковой и полной поверхностей цилиндра. Объем цилиндра.

Прямой круговой конус. Сечения конуса плоскостью. Площадь боковой и полной поверхностей конуса. Объем конуса.

Шар и сфера. Сечение шара плоскостью. Площадь сферы и объем шара.

Комбинации многогранников и тел вращения.

Раздел 6. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Векторы, линейные операции над ними. Коллинеарность и компланарность векторов. Координаты векторов.

Скалярное произведение векторов, его свойства, вычисление и приложения.

Прямая на плоскости. Прямая и плоскость в пространстве.

Приложения аналитической геометрии в планиметрии и стереометрии.

Раздел 7. ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

Множества. Операции с множествами. Формулы комбинаторики: перестановки, размещения и сочетания.

Вероятность случайного события. Формулы вычисления вероятностей суммы совместных и несовместных событий. Формулы вероятностей произведения для зависимых и независимых событий.

Представление данных в виде таблицы, гистограммы. Нахождение относительных частот данных. Вычисление среднего значения, дисперсии и среднего квадратического отклонения по табличным статистическим данным.

III РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА И ОТКРЫТЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. **Алимов, Ш. А.**, Алгебра и начала математического анализа : учебник для 10–11 классов средней школы. Базовый уровень и углубленный уровень / Алимов Ш. А., Колягин Ю. М., Ткачёва М. В. - 13-е изд. стереотип. – Москва : Просвещение, 2024. – 463 с. - ISBN 978-5-09-120157-4. - Текст : непосредственный.
2. **Атанасян, Л.С.**, Геометрия : учебник для 7-9 классов средней школы. Базовый уровень / Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б., Позняк Э.Г., Юдина И.И. – Москва : Просвещение, 2023. – 416 с. - ISBN 978-5-09-102538-5. - Текст : непосредственный.
3. **Атанасян, Л.С.**, Геометрия : учебник для 10-11 классов средней школы / Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б., Киселева Л.С., Позняк Э.Г. - 2-е изд. перераб. и доп. – Москва : Просвещение, 2019. – 287 с. - ISBN 978-5-09-071730-4. - Текст : непосредственный.
4. **Балаян, Э.Н.**, Математика. Подготовка к ЕГЭ. Задачи с параметром. 10-11 классы. Профильный уровень : учебное пособие / Балаян Э.Н. – Изд. Феникс, 2024. - 189 с. - ISBN 978-5-222-42896-2. - Текст : непосредственный.
5. **Игнатович, И.К.**, Математика. Практические задания для подготовки к экзамену : учебное пособие / Игнатович И.К. - Изд. Попурри, 2022. - 256 с. - ISBN 978-985-15-5001-8. – Текст : непосредственный.
6. **Малкова, А.Г.**, ЕГЭ. Высший балл. Математика. Задачи с параметрами : 12 методов решения : учебное пособие / Малкова А.Г. - Ростов-на-Дону : Феникс, 2024. - 388 с. - ISBN 978-5-222-40511-6. –Текст : непосредственный.
7. **Малкова, А.Г.**, ЕГЭ. Высший балл. Математика. Задания высокой и повышенной сложности : учебное пособие / Малкова А.Г. - Ростов-на-Дону : Феникс, 2019. - 224 с. - ISBN 978-5-222-30420-4. –Текст : непосредственный.
8. **Мордкович, А.Г.**, Алгебра : учебник для 7 класса в 2-х частях. Углубленный уровень. Часть 1 / Мордкович А.Г., Николаев Н.П. -11-е изд. стереотип. – Москва : Изд. Мнемозина 2019. - 232 с. - ISBN 978-5-346-04407-9. –Текст : непосредственный.
9. **Мордкович, А.Г.**, Алгебра : учебник для 7 класса в 2-х частях. Углубленный уровень. Часть 2 / Мордкович А.Г., Николаев Н.П. -11-е изд. стереотип. – Москва : Изд. Мнемозина 2019. - 231 с. - ISBN 978-5-346-04408-6. –Текст : непосредственный.
10. **Мордкович, А.Г.**, Алгебра : учебник для 8 класса в 2-х частях. Углубленный уровень. Часть 1 / Мордкович А.Г., Николаев Н.П. -15-е изд. стереотип. – Москва : Изд. Мнемозина 2019. - 288 с. - ISBN 978-5-346-04410-9. –Текст : непосредственный.
11. **Мордкович, А.Г.**, Алгебра : учебник для 8 класса в 2-х частях. Углубленный уровень. Часть 2 / Мордкович А.Г., Николаев Н.П. -16-е изд. стереотип. – Москва : Изд. Мнемозина, 2019. - 251 с. - ISBN 978-5-346-04411-6. –Текст : непосредственный.
10. **Мордкович, А.Г.**, Алгебра : учебник для 9 класса в 2-х частях. Углубленный уровень. Часть 1 / Мордкович А.Г., Николаев Н.П., Семенов П.В. -13-е изд. стереотип. – Москва : Изд. Мнемозина, 2019. - 288 с. - ISBN 978-5-346-04286-0. –Текст : непосредственный.
11. **Мордкович, А.Г.**, Алгебра : учебник для 9 класса в 2-х частях. Углубленный уровень. Часть 2 / Мордкович А.Г., Николаев Н.П., Семенов П.В. -13-е изд. стереотип. – Москва : Изд. Мнемозина, 2019. - 289 с. - ISBN 978-5-346-04287-7. –Текст : непосредственный.
12. **Мордкович, А.Г.**, Алгебра и начала математического анализа : учебник + задачник для 10-11 классов в Базовый уровень / Мордкович А.Г., Денищева Л.О., Корешкова Т.А., Мишустина Т.Н., Тульчинская Е.Е. -13-е изд. стереотип. – Москва : Изд. Мнемозина, 2014. - 671 с. - ISBN 978-5-346-00965-8. –Текст : непосредственный
13. **Мордкович, А.Г.** Алгебра и начала математического анализа : учебник + задачник для 10-11 класса в Базовый уровень / Мордкович А.Г., Денищева Л.О., Корешкова Т.А., Мишустина Т.Н., Тульчинская Е.Е. -13-е изд. стереотип. – Москва :

Изд. Мнемозина, 2014. - 671 с. - ISBN 978-5-346-00965-8. –Текст : непосредственный

14. **Никольский, С.М.**, Алгебра и начала математического анализа. 11 класс Базовый и углубленный уровни : учебник / Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н., Шевкин А.В. – Москва : Просвещение, 2024. - 464 с. - ISBN 978-5-09-087641-4 –Текст : непосредственный

15. **Ткачук, В. В.**, Математика – абитуриенту : учебное пособие / Ткачук В.В. - МЦНМО, 2020. - 944 с. - ISBN 978-5-4439-0967-7–Текст : непосредственный

Открытые интернет-источники для подготовки к экзамену по математике:

1. Образовательный портал для подготовки к экзаменам : официальный сайт. - Москва. - Обновляется в течение суток. - URL: <https://mathb-ege.sdangia.ru/> (дата обращения: 03.09.2024). - Текст : электронный.
2. Сайт информационной поддержки студентам и абитуриентам по подготовке к ЕГЭ по математике. - URL: <https://alexlarin.net/ege25.html> (дата обращения: 03.09.2024). - Текст : электронный.
3. Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки : официальный сайт. - Москва. - Обновляется в течение суток. - URL: <https://fipi.ru/ege/otkrytyy-bank-zadaniy-ege> (дата обращения: 03.09.2024). - Текст : электронный.